

Roll No. _____
BT-202 (GS)
B.Tech., I & II Semester
 Examination, November 2022
Grading System (GS)
Mathematics - II

Time : Three Hours

Maximum Marks : 70

Note: i) Attempt any five questions.

किन्हीं पाँच प्रश्नों को हल कीजिये।

ii) All questions carry equal marks.

सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

iii) In case of any doubt or dispute the English version question should be treated as final.

किसी भी प्रकार के संदेह अथवा विवाद की स्थिति में अंग्रेजी भाषा के प्रश्न को अंतिम माना जायेगा।

1. a) Solve $\cos x dy = y(\sin x - y)dx$ using Bernoulli's.
 बर्नौली का उपयोग करके $\cos x dy = y(\sin x - y)dx$ को हल करें।

b) Solve the Linear differential equation

$$\sin 2x \frac{dy}{dx} - y = \tan x.$$

रैखिक अवकल समीकरण $\sin 2x \frac{dy}{dx} - y = \tan x$ को हल कीजिये।

2. a) Solve $(r + \sin \theta - \cos \theta) dr + r(\sin \theta + \cos \theta) d\theta = 0.$

$(r + \sin \theta - \cos \theta) dr + r(\sin \theta + \cos \theta) d\theta = 0$ को हल कीजिये।

b) Solve the differential equation.

$$(D^3 - 7D^2 + 14D - 8)y = e^x \cos 2x$$

अवकल समीकरण $(D^3 - 7D^2 + 14D - 8)y = e^x \cos 2x$ को हल कीजिये।

3. Solve $(D^2 + 4)y = \tan 2x$ by using method of variation of parameters.

पैरामीटर की भिन्नता की विधि का उपयोग करके $(D^2 + 4)y = \tan 2x$ को हल करें।

4. a) Show that $\frac{\vec{r}}{r^3}$ is solenoidal.

दिखाएँ कि $\frac{\vec{r}}{r^3}$ solenoidal है।

b) Show that the vector

$$(x^2 - yz)\vec{i} + (y^2 - zx)\vec{j} + (z^2 - xy)\vec{k}$$

is Irrotational. Find its scalar potential.

दिखाएँ कि वेक्टर $(x^2 - yz)\vec{i} + (y^2 - zx)\vec{j} + (z^2 - xy)\vec{k}$ Irrotational है। यह अदिश क्षमता का पता लगाएँ।

5. Verify Green's theorem for $\int_C [3x^2 - 8y^2] dx + [4y - 6xy] dy$.
 Where C is the region bounded by $x = 0, y = 0$ and $x + y = 1$.

ग्रीन के प्रमेय को सत्यापित करें $\int_C [3x^2 - 8y^2] dx + [4y - 6xy] dy$
 जहाँ C, $x = 0, y = 0$ और $x + y = 1$ से घिरा हुआ क्षेत्र है।

6. a) Show that $f(Z) = z\bar{z}$ is differentiable but not analytic at origin.
 दिखाएँ कि $f(Z) = z\bar{z}$ अवकल है लेकिन मूल पर विश्लेषणात्मक नहीं है।

b) Show that $u(x, y) = e^{-2x} \sin 2y$ is harmonic and determine its Harmonic conjugate.

दिखाएँ कि $u(x, y) = e^{-2x} \sin 2y$ हार्मोनिक है और यह निर्धारित करें कि यह हार्मोनिक संयुग्म है।

7. a) By Residue theorem, Evaluate $\oint_C \frac{\tan z}{z^2 - 1} dz$, where $C: |Z|=2$.

अवशेष प्रमेय द्वारा, मूल्यांकन करें $\oint_C \frac{\tan z}{z^2 - 1} dz$ जहाँ $C: |Z|=2$

b) Using Cauchy integral theorem, to evaluate the integral

$$\int_C \frac{e^{2z}}{(z-1)^2(z-3)} dz, \text{ where } C \text{ is the circle } |Z|=2.$$

$$\int_C \frac{e^{2z}}{(z-1)^2(z-3)} dz \text{ अभिन्न प्रमेय का उपयोग करते हुए, Cauchy}$$

अभिन्न का मूल्यांकन करने के लिए C जहाँ वृत्त $|Z|=2$ है।

8. a) Solve $x^2 p^2 + y^2 q^2 = z^2$.

$$x^2 p^2 + y^2 q^2 = z^2 \text{ को हल कीजिये।}$$

b) Solve $(D^2 - 4DD^1 + 4D^{1^2})Z = \cos(x-2y)$

$$(D^2 - 4DD^1 + 4D^{1^2})Z = \cos(x-2y) \text{ को हल कीजिये।}$$